

ВИХРЕВАЯ ГИДРОДИНАМИКА НОВЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ В ГЕОСФЕРАХ

Гунин В.И.

Центр моделирования геосистем «МоГеос» г.Улан-удэ, Россия, vigunin@list.ru

Аннотация

С помощью математического аппарата, основанного на системы уравнений Навье-Стокса, сложно описать вихревые (кольцевые) структуры, формирующиеся под действием гравитационного поля во всех геосферах нашей планеты. Предложен новый математический аппарат вихревой гидродинамики (ВГ), позволяющий адекватно описывать эти структуры и глубже понимать их сущность. На основе анализа предложенной системы уравнений и результатов ряда модельных задач сделаны обобщения по некоторым физическим процессам и явлениям распространённых в различных геосферах Земли.

Ключевые слова: гравитация, векторный потенциал, конвекция, вихревые структуры, математическая модель, численный эксперимент, тепломассоперенос, мантия, литосфера, кора, плюм, диапир, рифт.

1. Введение

Вихревые, кольцевые структуры довольно широко распространены в земной коре. Особенно это стало ясно при дешифровке космических снимков в конце 20-го века. Размеры этих структур варьируют от единиц до сотен километров. Считается, что эти структуры контролируют крупные месторождения металлов и других полезных ископаемых.

Вихревыми называют такие структуры, в которых существенная роль принадлежит спиралевидным, дугообразным и эксцентричным кольцевым формам. В этих структурах всегда присутствуют две морфологически различные части: меньшая – внутренняя, и большая – внешняя. Внутренняя часть, часто округлой формы, занимает не более одной пятой, а нередко меньше одной десятой всей площади структуры, и может располагаться как в её середине, так и эксцентрично. Внешняя часть структур очерчена спиралевидными (вихревыми) или полукольцевыми (дуговыми) формами различной кривизны, которые обязательно сходятся к центру внутренней изометричной части. Как правило, эти структуры продолжаются и на глубину, в этом случае их называют винтовыми структурами.

Генезис вихревых, кольцевых структур пока не ясен. Существует множество гипотез их образования от вращательно-поступательного внедрения магмы до космического ударно-метеоритного. Многие связывают образование структур с вращательными движениями блоков земной коры в горизонтальном направлении.

В большинстве случаев в центре или в пределах данных структур фиксируются интрузивные тела, которые, скорее всего, и являются причиной образования вихревых, кольцевых и винтовых структур, но механизм формирования условий для их образования пока остаётся дискуссионным [Глуховский, 1978].

С другой стороны в атмосфере и гидросфере все мы явно наблюдаем различные вихревые структуры – циклоны, антициклоны, торнадо, боры и тому подобное. Это позволяет предположить, что и все вихревые структуры, связанные с глубинными процессами, развиваются по тому же сценарию, что и на поверхности Земли. Но до сих пор эти процессы довольно слабо изучены т.к. для описания и моделирования вихревых структур нет адекватного математического аппарата.

Весь наш мир всё, что нас окружает, и мы сами находимся под воздействием гравитации. Основной движущей силой переноса вещества в природе является конвекция, которая в свою очередь зависит от сил, вызванных какими-то внешними воздействиями (вынужденная конвекция), и внутренних сил, вызванных плотностными неоднородностями, возникающими за счет градиентов температуры и концентрации вещества (свободная конвекция).

Для описания гидродинамики в задачах со свободной и вынужденной конвекцией в сплошных и пористых средах широко используется система уравнений Навье-Стокса, в которой эти силы описываются совместно – одним уравнением. Это приводит к трудностям при её решении, так как она не является системой типа Коши-Ковалевской, то есть, нет эволюционного уравнения для давления. Имеются и другие особенности, например, наличие малого параметра при второй производной может приводить к существенному изменению гладкости решения при численной реализации и другие.

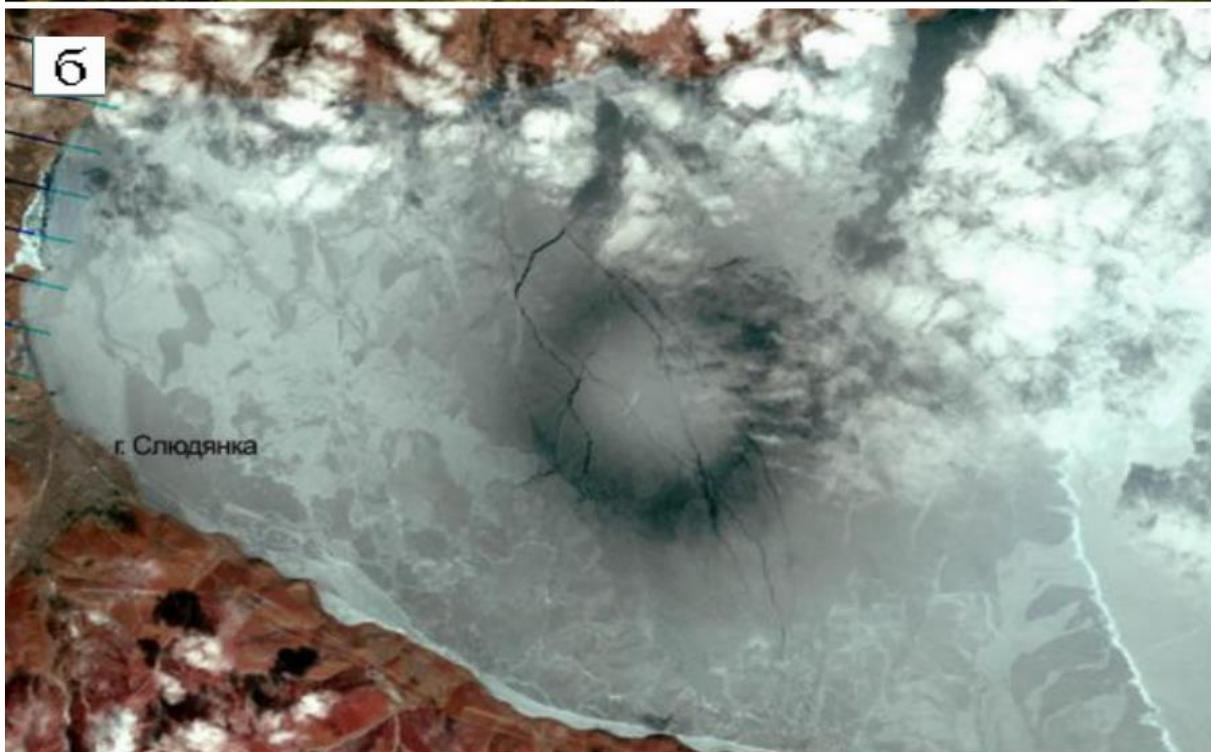


Рис 1. Вихревые (кольцевые) структуры, а – в атмосфере, б – на льду озера Байкал (космический снимок).

Уравнения Навье-Стокса, вытекающие из уравнения Больцмана, полученного на основе уравнений механики и статистики, непосредственно описывают только ламинарные течения, с помощью этой системы уравнений сложно описать вихревые структуры, которые формируются в гравитационном поле во всех средах при возникновении плотностной стратификации. Поэтому возникает необходимость в построении нового математического аппарата позволяющего избежать указанных затруднений.

2. Основная часть

2.1 Обоснование нового подхода и вывод уравнений Вихревой Гидродинамики (ВГ).

Из теории поля известно, что любое векторное поле \mathbf{M} можно разложить на две составляющие. $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$. Поле $\mathbf{M}_1 = \mathbf{grad} U$ - *источниковое или дивергентное поле*, где U – произвольная функция, имеющая первую производную, и выполняется равенство $\mathbf{rot} \mathbf{grad} U = 0$. Функцию U называют скалярным потенциалом векторного поля \mathbf{M} . Тогда, $\mathbf{div} \mathbf{M}_1 = \mathbf{div} \mathbf{grad} U = k_1 \delta$, $\Rightarrow \nabla^2 U = \Delta U = k_1 \delta$, где k_1 – константа пропорциональности, δ – плотность источников.

Поле $\mathbf{M}_2 = \mathbf{rot} \mathbf{A}$ - *вихревое или циркуляционное поле*, тогда, $\mathbf{div} \mathbf{rot} \mathbf{A} = 0$. Функцию \mathbf{A} называют векторным потенциалом векторного поля \mathbf{M} . Существует бесконечное число векторных функций \mathbf{A} , описывающих одно и тоже поле \mathbf{M} , такие функции могут отличаться друг от друга с точностью до градиента некоторой скалярной функции φ , т.к. $\mathbf{rot} \mathbf{grad} \varphi = 0$. Это приводит к следующему соотношению, $\mathbf{rot} \mathbf{rot} \mathbf{A} = k_2 \mathbf{W} \Rightarrow \mathbf{grad} \mathbf{div} \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A} = k_2 \mathbf{W}$. Так как существует бесконечное множество функций \mathbf{A} , описывающих одно и тоже поле \mathbf{M} , то можно выбрать из них такое, которое удовлетворяет равенству $\mathbf{div} \mathbf{A} = 0$ (*калибровка Кулона*) $\Rightarrow \nabla^2 \mathbf{A} = \Delta \mathbf{A} = k_2 \mathbf{W}$, где k_2 – константа пропорциональности, \mathbf{W} – вектор плотности вихревых линий (линий тока), а *плотность (густота) линий векторного поля пропорционально его интенсивности*.

Известно, что генератором свободной конвекции в гравитационном поле является неоднородность плотности среды, а *интенсивность конвекции пропорциональна градиенту этой плотности* [Гебхарт и др. 1991]. Значит, векторную функцию \mathbf{W} можно представить в виде градиента скалярной функции, например ρ (плотность среды), тогда $\mathbf{W} = \mathbf{grad} \rho$. Свободно конвективные потоки вещества, вызванные градиентом плотности формирующий гидродинамический диполь, удобно записать с помощью векторной функции тока Ψ - *векторный потенциал*, а потоки вынужденной конвекции, вызванные источниками, через функцию U – *скалярный потенциал* (давление, напор).

Тогда перенос среды (вещества) можно записать в виде векторных уравнений Пуассона, $\Delta U = k_1 \delta$, описывающее источниковое или дивергентное поле, записанное через скалярную функцию U и $\Delta \Psi = k_2 \nabla \rho$ – описывающее вихревое или циркуляционное поле, записанное через векторную функцию Ψ , которое в **декартовой** (ортогональной) системе координат распадается на три скалярных уравнения инвариантных относительно системы координат: $\Delta \Psi_x = k_2 \partial \rho / \partial x$, $\Delta \Psi_y = k_2 \partial \rho / \partial y$, $\Delta \Psi_z = k_2 \partial \rho / \partial z$. В общем случае векторное поле скоростей, вызванное источниками и генераторами вихрей можно записать так. $\mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 = \mathbf{grad} U + \mathbf{rot} \Psi$. Это равенство представляет собой одну из форм теоремы Гельмгольца.

На этом основании, автором предложена новая трехмерная система уравнений, позволяющая разделить конвекцию на две составляющие - свободную и вынужденную – и, вычислив их значения, получить параметры суммарного конвективного потока [Гунин, 2011]. Эту систему можно записать так:

$$\Delta \Psi = k \nabla \rho, \quad (1)$$

$$\Delta P = F, \quad (2)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{rot} \Psi + k \nabla P, \quad (3)$$

$$dT/dt = \alpha \Delta T + M, \quad (4)$$

$$dC_i/dt = \lambda \Delta C_i + N_i, \quad (5)$$

$$\rho = \rho(T, C), \quad (6)$$

где Ψ - векторная функция тока; ρ - плотность флюида; \mathbf{V} - скорость конвекции (фильтрации); T - температура среды; k, α, λ - коэффициенты текучести (фильтрации), температуропроводности, дисперсии; P – давления (напор); C_i - концентрация i -го вещества; M – источник-сток тепла; N_i – источник-сток i -го вещества; F - функция плотности источников; Δ - оператор Лапласа; ∇ - оператор Гамильтона («набла»); $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{u}\partial/\partial x + \mathbf{v}\partial/\partial y + \mathbf{w}\partial/\partial z$ – оператор полной производной, $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$, - проекции скорости на координатные оси x, y, z ; $\mathbf{rot} \Psi = (\partial \Psi_z / \partial y - \partial \Psi_y / \partial z) + (\partial \Psi_x / \partial z - \partial \Psi_z / \partial x) + (\partial \Psi_y / \partial x - \partial \Psi_x / \partial y)$ - оператор ротации (вихрь).

Система уравнений (1-6) представляет собой систему уравнений **Вихревой Гидродинамики (ВГ)**, записанную в векторной форме. В общем случае плотность может зависеть от потенциальной функции $\rho = F(U)$, т.е. от внешнего воздействия, но это достаточно узкий класс задач. В поле гравитации в основном формируются свободно-конвективные потоки, и плотность зависит от других скалярных функций - температуры и концентрации вещества $\rho = F(T, C)$, для описания полей которых вводятся дополнительные уравнения. На основе конечноразностных схем, разработан пакет программ на языке Fortran для персональных компьютеров, позволяющий решать широкий круг задач теплопереноса в пористых и вязких средах. Основную нагрузку при интерпретации огромного объема результатов вычислений несет пакет графических программ визуализации, позволяющий в динамике просматривать значения любой функции, вычисленной при решении поставленной задачи.

2. 2 Анализ результатов

С использованием системы уравнений (ВГ), было решено ряд задач для высоковязких сред по оценке условий формирования и эволюции нижнемагматического плюма, условий формирования и развития диапиров в системе литосфера – кора [Гунин, 2007, 2008, 2011]. Для пористой среды решена задача о становлении интрузива как одного из механизмов формирования условий для образования кольцевых и вихревых структур [Гунин, 2006]. Для низковязкой среды (гидросферы) задача по оценке причин и условий формирования кольцевых структур на льду озера Байкал [Гунин, 2012, 2014]. В эти задачи моделировался восходящий поток (струи) мантийного, литосферно – корового (плюм, диапир) материала для сплошной среды и флюидов для пористой среды от заданного источника тепла и/или химического вещества. Для гидросферы задавался источник с повышенной температурой или пониженной плотностью (газ).

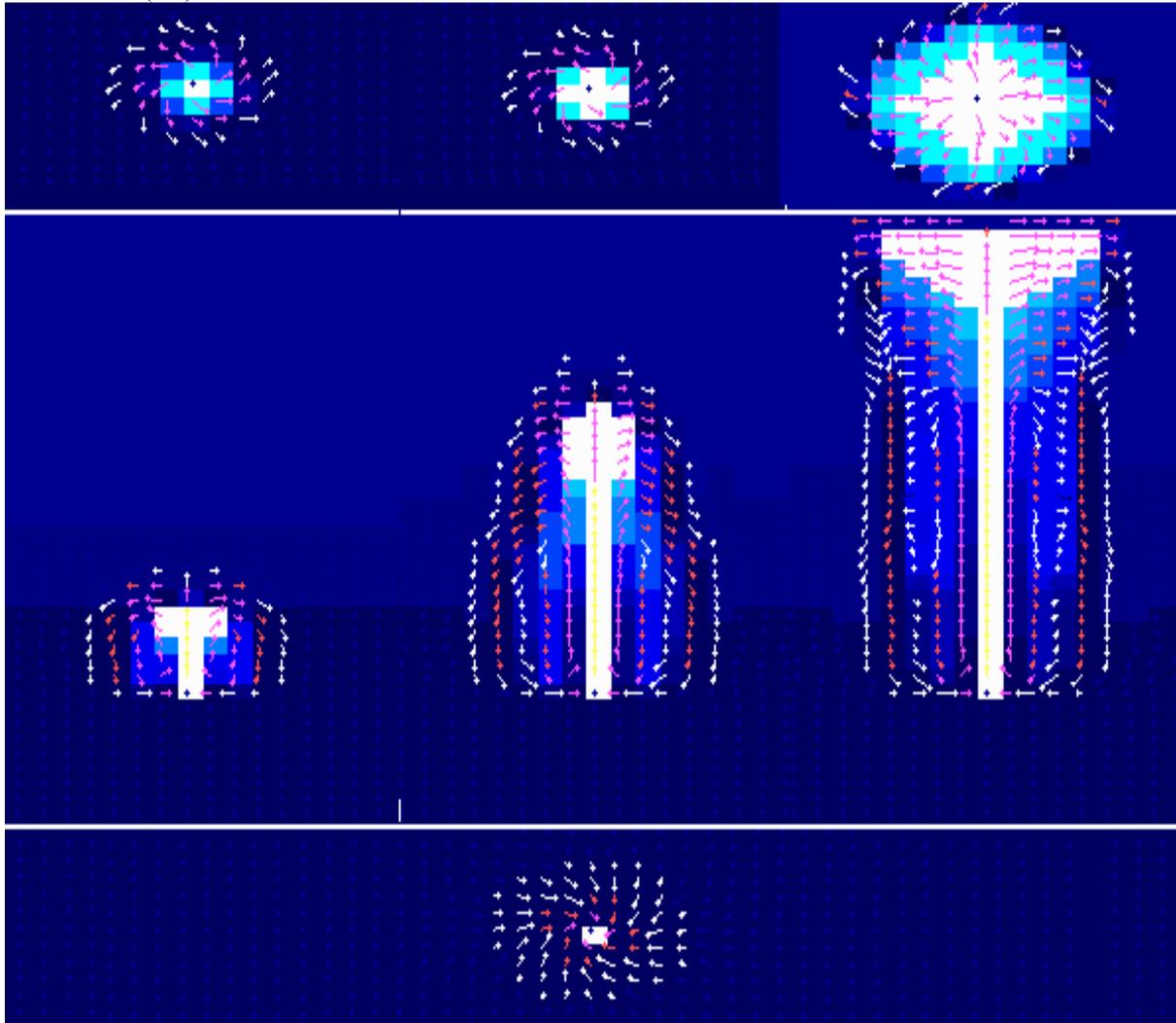


Рис. 2. Распределение плотности среды и поля скоростей при подъёме конвективного потока (струи) для трёх моментов времени развития процесса. В верхней и нижней областях рисунка показаны горизонтальные срезы в головной (для каждого) и подошвенной (для всех) моментах времени подъёма струи. Максимальная скорость потока – жёлтый и малиновый цвет в центре струи, минимальная – белый цвет на периферии.

Во всех случаях шёл одинаковый процесс формирования восходящего потока (струи), который состоял из нескольких этапов развития. Над заданным источником появлялась куполообразная структура с пониженной плотностью и вязкостью. Для каждого координатного направления формировался гидродинамический диполь и стратификация становилась неустойчивой (неустойчивость Рэлея-Тейлора). При больших размерах источника и более низкой вязкости среды возможно образование мульти-диполя и появление несколько симметрично расположенных куполообразных структур.

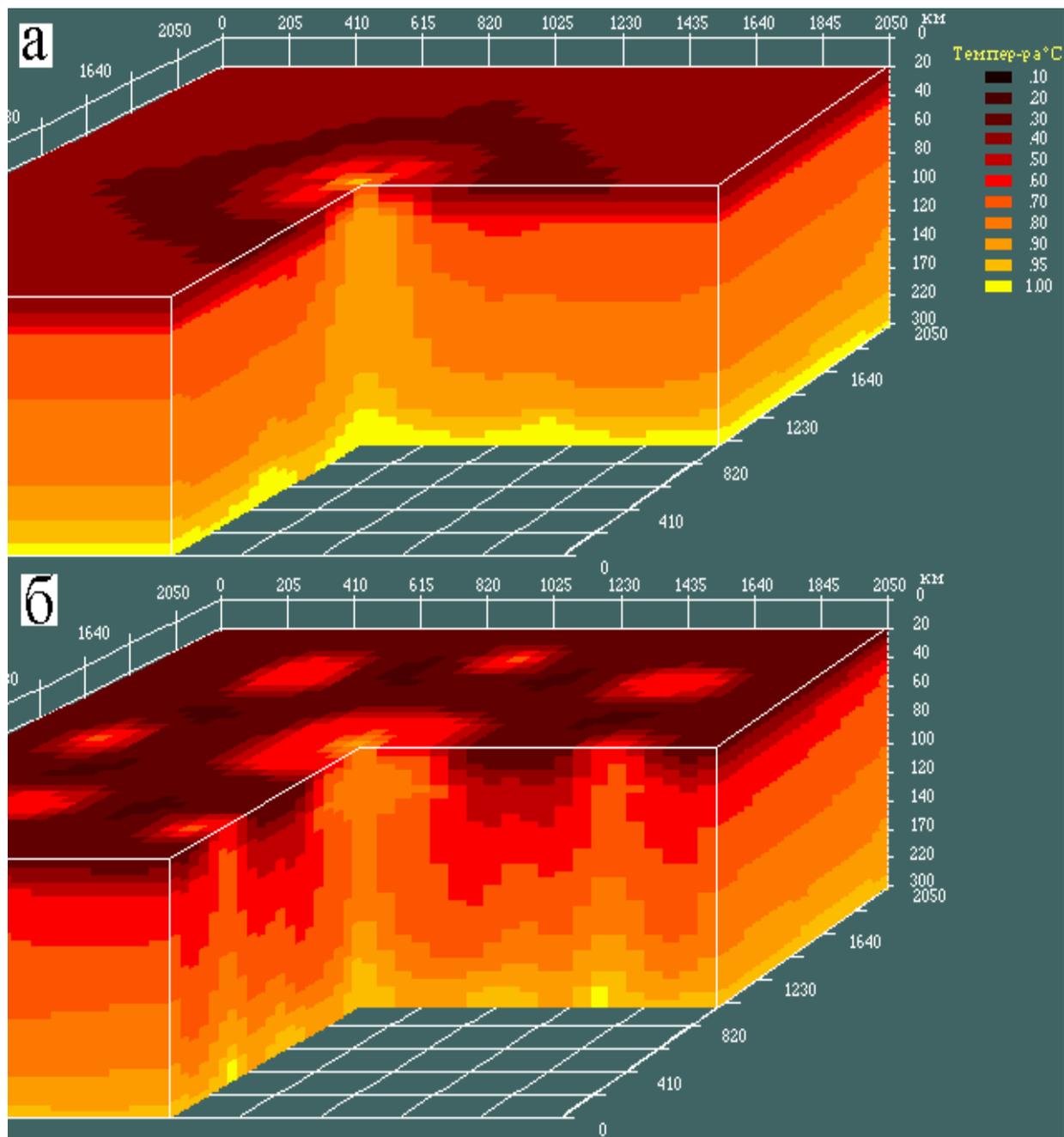


Рис 3. Распределение температуры при подъеме верхнемантийного, мультидипольного диапира $T_{max} = 300^{\circ}\text{C}$.

За счёт горизонтального градиента плотности возникали выталкивающие силы и куполообразная структура всплывала, формируя восходящий конвективный поток торообразного вида с восходящей ветвью в канале и нисходящей в окружающем массиве. Скорость подъёма потока зависела от его плавучести. За счёт вертикального градиента плотности появлялись тангенциальные силы, вызывающие вращение структуры. В центральной и головной частях поток вращался против часовой стрелки (циклонический вихрь), а на периферии, где шло погружение и в подошве структуры, по часовой стрелке (антициклонический вихрь).

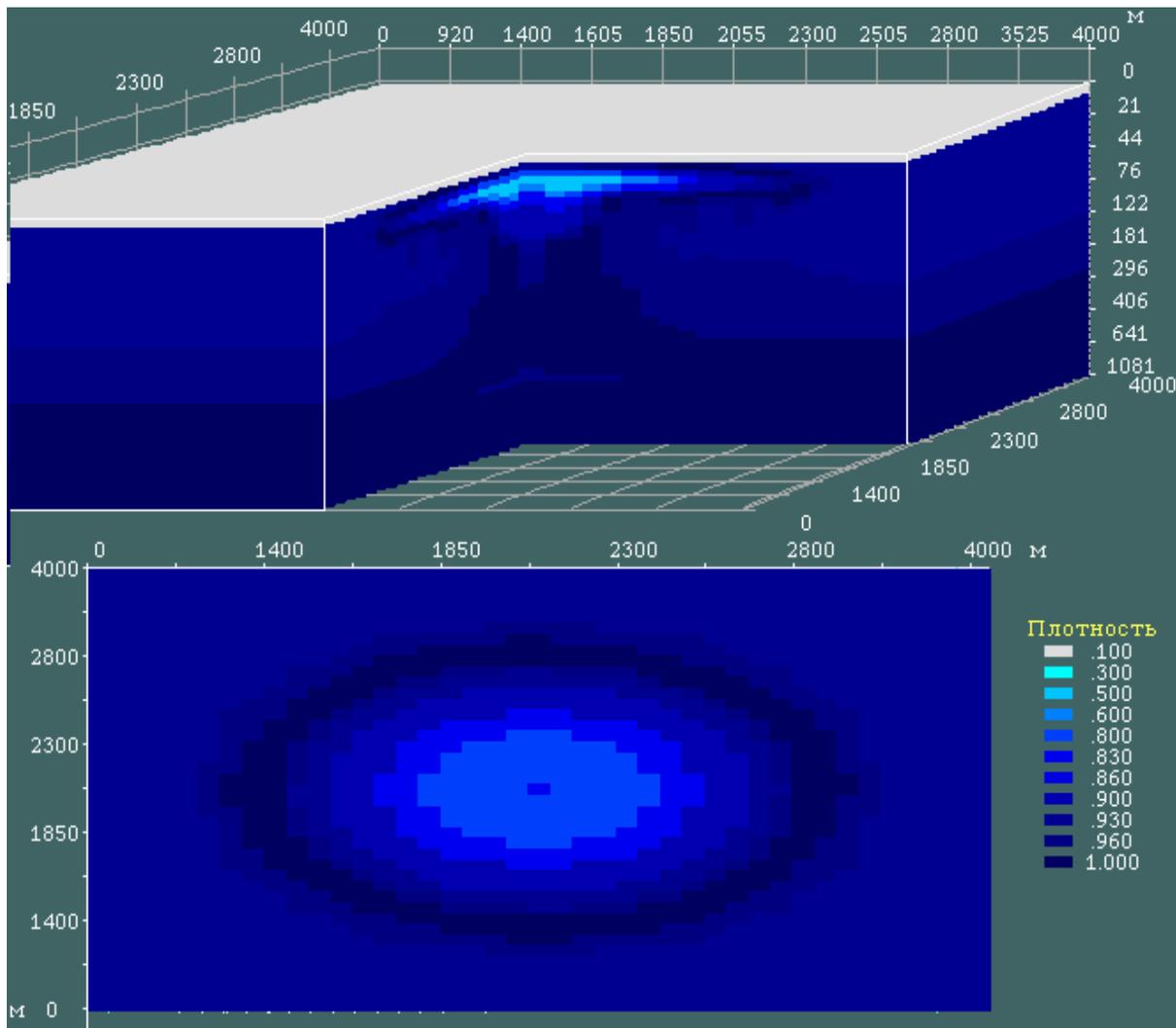


Рис 4. Распределение плотности воды при формировании кольцевой структуры подо льдом озера Байкал (лёд отрисован белым цветом).

При достижении потоком более вязкой среды (преграды) подъем его прекращался вещество потока растекалось по его подошве, формируя линзу с вращением в центральной её части против часовой стрелке, а на периферии по часовой стрелке (рис. 2-4). Если преграда отсутствовала, то поток внедрялся в менее плотную среду (атмосферу, гидросферу) и формировал кольцеобразную структуру.

3. Заключение

На основе анализа изложенного и ранее опубликованного материала можно сделать следующие выводы. Всеми процессами и явлениями в нашем мире управляет гравитация. Это основной источник движения и преобразования вещества в природе. Гравитационное поле имеет не только скалярный потенциал (нормальную составляющую), но и векторный потенциал (вихревую составляющую) $\text{rot } \mathbf{A} \neq 0$, а генератором вихрей является $\nabla \rho$ - градиент плотности. Вертикальный градиент плотности вызывает тангенциальные силы, приводящий различные среды к вращению в горизонтальной плоскости, а горизонтальный градиент плотности вызывает их вертикальные движения (подъем, погружение). Это фундаментальное свойство гравитационного поля.

Причиной появления (действия) силы Кориолиса является не вращение Земли, а тангенциальная составляющая гравитационного поля. Это можно подтвердить с помощью простого примера. В ясную морозную погоду, когда влажность воздуха минимальна, а значит его плотность максимальная, дым, поднимаясь из печной трубы, буквально вкручивается в воздух. Если на следующий день, при повышении температуры, а значит и влажности воздуха, плотности их становятся близкими, то дым стелется по земле успевая только чуть подняться над трубой. Это говорит о том, что причиной такого поведения дыма является разность плотности дыма и воздуха, чем она больше, тем с большей скоростью и выше поднимается дым из трубы (рис 5.).



Рис 5. Подъём дыма из печной трубы, а - ясная морозная погода, влажность воздуха минимальна, его плотность максимальная $\rho_d \ll \rho_b$, б - при повышении температуры, а значит и влажности воздуха, плотности их близки $\rho_d \sim \rho_b$.

Во всех пограничных слоях разных сред (оболочек Земли) существует скачок плотности, который активизирует (генерирует) тангенциальные силы гравитационного поля, а те в свою очередь формируют вихревые потоки. Менее плотные верхние слои плывут по нижним слоям с вращением по часовой стрелке, формируя антициклонический вихрь. Движение этих потоков осложняется рельефом нижнего более плотного слоя. Такие потоки - придонные течения существуют в атмосфере, реках, озёрах, морях и океанах.

За счёт этих же сил верхняя твёрдая оболочка Земли (литосфера) разбита на плиты, а те в свою очередь на более мелкие блоки верхней более твёрдой коры. Все эти плиты и блоки движутся относительно друг друга, вращаясь на более плотном основании и/или перемещаясь в вертикальном направлении, при подъёме формируя материки, а при погружении озёра, моря и океаны. Так как эти плиты и блоки плотно упакованы, то никаких горизонтальных перемещений у них быть не может, а иллюзию перемещения создаёт движение в виде погружения одного и подъёма другого с обоюдным вращением двух соседних блоков. К тому же материки, моря и океаны являются тонкой плёнкой на поверхности литосферных плит и составляют 1.5-2% от её мощности-толщины (рис 6).

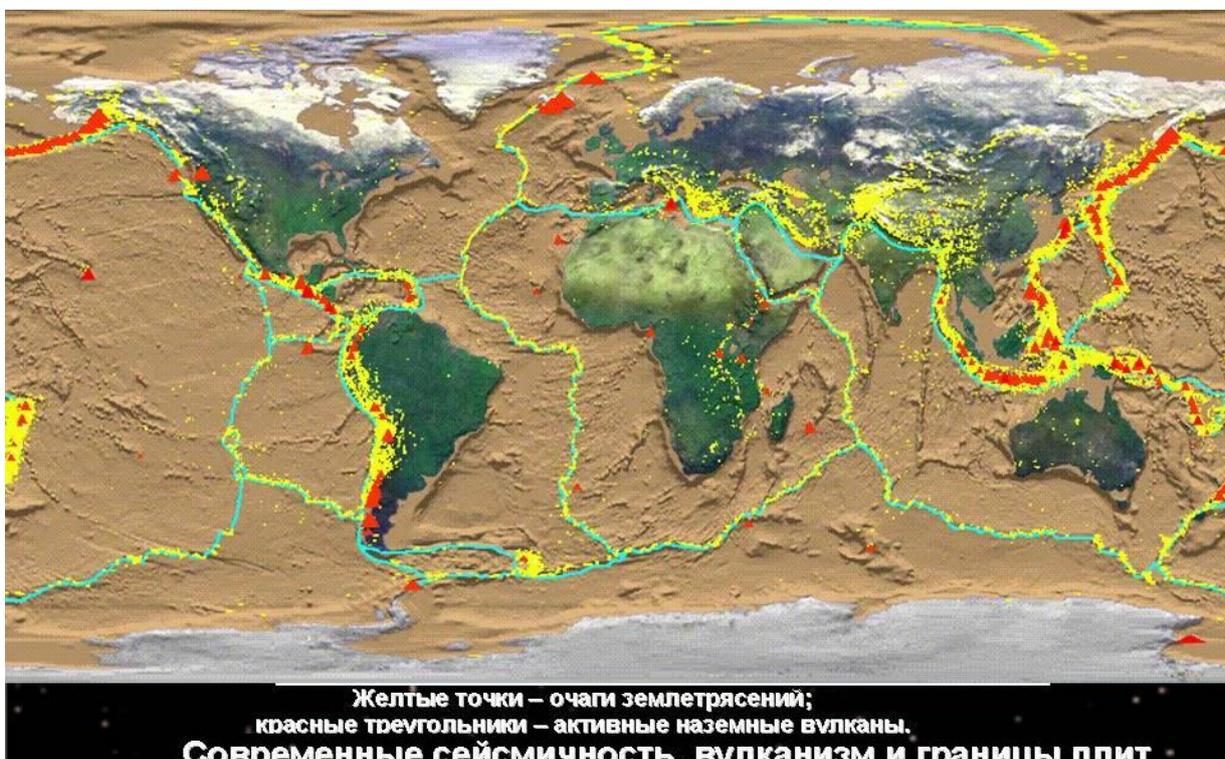


Рис 6. Распределения литосферных плит по поверхности Земли, материк и океан может располагаться на одной плите.

В северном полушарии Земли большая часть коры испытывает вздымание (подъём) с вращением против часовой стрелки (циклонический вихрь) поэтому основная часть материков находится в этом полушарии. В южном полушарии, большая часть коры погружается с вращением по часовой стрелке (антициклонический вихрь) и покрыта океанами. Результирующая тангенциальная сила направлена с запада на восток приводит планету к вращению в том же направлении, т.е. с запада на восток (рис 7).

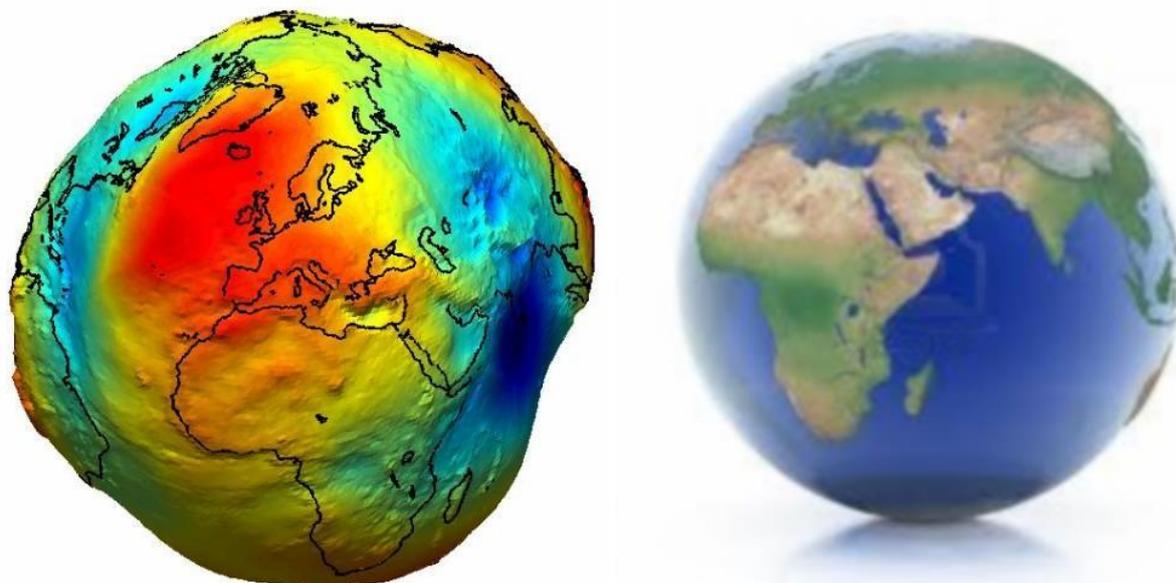


Рис 7. Распределение материков и океанов на поверхности планеты Земля, слева геоид, справа глобус.

Более того, собственные колебания (их ещё называют свободные) всех тел и объектов на нашей планете являются результатом действия вихревой составляющей гравитационного поля, т.к. между поверхностью опоры на которую они опираются или к которой крепятся, существует градиент плотности, приводящий к вращающему моменту, возбуждающего колебания. Все собственные колебания тел, объектов и систем результат действия тангенциальных сил гравитационного поля.

Все процессы, проходящие в глубинах Земли и на её поверхности одинаковы по физической сути, но имеют различные временные масштабы от секунд до нескольких суток на её поверхности до десятков и сотен миллионов лет в её глубинах. Это позволяет результаты, полученные при изучении более доступных процессов на поверхности Земли распространять для изучения и понимания менее доступных глубинных процессов. Такой универсальный подход может послужить дополнительным импульсом для развития наук о Земле.

4. Литература

1. Гебхарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р., Саммакия Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен. В 2-х книгах. Пер. с англ. – М: Мир, 1991, с. 678.
2. Глуховский М.В. Кольцевые структуры юго-востока Сибири и их возможная природа // Геотектоника. 1978. №4. С. 50-63.
3. Гунин В.И. "Становление интрузива как возможный механизм формирования условий для образования кольцевых и вихревых структур (численный эксперимент)". // Изв. вузов. Геология и разведка. 2006 г. N4. С. 40-44.
4. Гунин В.И. Оценка условий формирования и эволюции нижнемантийного плюма на основе численного эксперимента. // «Геодинамика формирования подвижных поясов земли». Материалы международной научной конференции. Екатеринбург, 24-26 апреля 2007 г. С 75-78.
5. Гунин В.И. Оценка условий формирования-развития диапиров в литосфере и земной коре на основе численного эксперимента. «Граниты и эволюция Земли». Первая международная конференция. Улан-Удэ, 26-29 августа 2008 г. С. 97-101.
6. Гунин В.И. Новая информационная технология и её возможности при моделировании геосистем // Геодинамика и тектонофизика. 2011. Т.2, № 4. С. 356–377. <http://gt.crust.irk.ru>
7. Гунин В.И. Оценка причин и условий формирования кольцевых структур на льду Байкала по результатам численного эксперимента// Подземная гидросфера: Материалы Всероссийского совещания по подземным водам востока России. – Иркутск: Из-во ООО «Географ», 2012 г. С. 513 – 517.
8. Гунин В.И. Оценка воздействия газо-гидротермальной деятельности байкальского рифта на акваторию озера по результатам численного эксперимента. // Геодинамика и тектонофизика. 2014. Т.5, № 3. С. 763–775. <http://gt.crust.irk.ru>

VORTEX HYDRODYNAMICS NEW MATHEMATICAL PROCESS MODELING IN THE GEOSPHERE

Gunin VI

Simulation center geosystems "MoGeos" Ulan-Ude, Russia, vigunin@list.ru

Abstract

Using the mathematical apparatus based on the Navier-Stokes equations, it is difficult to describe the vortex (ring) structure formed by the gravitational field of the planet all the geosphere. A new mathematical apparatus vortex hydrodynamics (HS), which allows to adequately describe these structures and a deeper understanding of their essence. Based on the analysis of the proposed system of equations and the results of a number of model problems generalizations made in certain physical processes and phenomena common in various geospheres Earth.

Keywords: gravity, the vector potential, convection, vortex structures, mathematical model, numerical experiment, heat and mass transfer, mantle, lithosphere, the crust, mantle plume, diapir, rift.